

**Jahresprüfung 4. Klassen 2018**

Lösungen ohne Lösungswege geben keine Punkte. Es wird eine saubere Darstellung erwartet.

1. Lösen Sie folgende Gleichungssysteme und geben Sie die Lösung als Menge an. [8p]

(a)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -6x + 4y = 8 \end{cases}$$

[3p]

(b)

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = 24 \\ 2x + 10y - 20z = -46 \\ -5x + 2y = -4 \end{cases}$$

[5p]

2. Berechnen Sie die Ergebnisse der folgenden zwei Divisionen. [6p]

(a)  $(x^3 - 7x - 6) : (-x + 3)$

[3p]

(b)  $(x^3 + 5x^2 + 2x - 8) : (x + 2)$

[3p]

3. Faktorisieren Sie folgende Terme. [12p]

(a)  $9a^4b^2 - 25c^2$

[2p]

(b)  $12a^2 - 6ab - 8ac + 4bc$

[2p]

(c)  $x^2 - 5x - 6$

[2p]

(d)  $x^3 - 5x^2 + 6x$

[2p]

(e)  $-2x^2 + 4x - 2$

[2p]

(f)  $3x^2 - 27$

[2p]

**Bitte wenden !**

4. Vereinfachen Sie folgende Bruchterme. [12p]

(a)  $\frac{2}{2x} + \frac{4x}{5y} - \frac{x^2 + y}{xy}$  [4p]

(b)  $\frac{x + 4}{x^2 - x - 12} : \frac{4x - 16}{x^2 - 8x + 16} \cdot \frac{x^2 - 9}{3 - x}$  [4p]

(c)  $\frac{\frac{a^2 - 3a + 2}{a^2b - 4b}}{\frac{ab(a^2 - 1)}{a^2 + 3a + 2}}$  [4p]

5. Berechnen Sie in den folgenden Bruchtermgleichungen  $x$ . Geben Sie je den Definitionsbereich und die Lösungsmenge an. [9p]

(a)  $\frac{5}{x + 7} = \frac{-6}{x - 4}$  [4p]

(b)  $\frac{x - 9}{81 - x^2} = \frac{x}{9x + 81}$  [5p]

Viel Erfolg

## Lösungen

### 1. Gleichungssysteme (mögliche Lösungswege)

$$(a) \quad \left| \begin{array}{r} 3x - 2y = 5 \\ -6x + 4y = 8 \end{array} \right| \cdot 2 \quad \rightarrow \quad \left| \begin{array}{r} 6x - 4y = 10 \\ \underline{-6x + 4y = 8} \end{array} \right|$$

$$0 = 18 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\mathbb{L} = \{\}}}$$

$$(b) \quad \begin{array}{l} I \\ II \\ III \end{array} \left| \begin{array}{r} 3x - 2y + 6z = 24 \\ 2x + 10y - 20z = -46 \\ -5x + 2y = -4 \end{array} \right| \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} 10 \cdot I \\ 3 \cdot II \\ IV \end{array} \left| \begin{array}{r} 30x - 20y + 60z = 240 \\ \underline{6x + 30y - 60z = 138} \\ 36x + 10y = 102 \end{array} \right|$$

$$\begin{array}{l} 5 \cdot III \\ IV - \end{array} \left| \begin{array}{r} -25x + 10y = -20 \\ \underline{36x + 10y = 102} \\ -61x = -122 \\ \underline{x = 2} \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{in III: } -5 \cdot 2 + 2y = -4 \rightarrow \underline{y = 3} \\ \text{in I: } 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 6z = 24 \rightarrow \underline{z = 2} \\ \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{(2|3|4)\}}} \end{array}$$

### 2. Polynomdivision

$$(a) \quad \left( \begin{array}{r} x^3 - 7x - 6 \\ -x^3 + 3x^2 \end{array} \right) : \left( -x + 3 \right) = -x^2 - 3x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 7x - 6 \\ \underline{-x^3 + 3x^2} \\ 3x^2 - 7x - 6 \\ \underline{-3x^2 + 9x} \\ 2x - 6 \\ \underline{-2x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$(b) \quad \left( \begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 2x - 8 \\ -x^3 - 2x^2 \end{array} \right) : \left( x + 2 \right) = x^2 + 3x - 4$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 2x - 8 \\ \underline{-x^3 - 2x^2} \\ 3x^2 + 2x - 8 \\ \underline{-3x^2 - 6x} \\ -4x - 8 \\ \underline{4x + 8} \\ 0 \end{array}$$

## 3. Faktorisieren

- (a)  $\underline{\underline{(3a^2b - 5c)(3a^2b + 5c)}}$
- (b)  $6a(2a - b) - 4c(2a - b) = (2a - b)(6a - 4c) = \underline{\underline{2(2a - b)(3a - 2c)}}$
- (c)  $\underline{\underline{(x - 6)(x + 1)}}$
- (d)  $x(x^2 - 5x + 6) = \underline{\underline{x(x - 2)(x - 3)}}$
- (e)  $-2(x^2 - 2x + 1) = \underline{\underline{-2(x - 1)^2}}$
- (f)  $3(x^2 - 9) = \underline{\underline{3(x - 3)(x + 3)}}$

## 4. Bruchterme

- (a)  $\frac{2}{2x} + \frac{4x}{5y} - \frac{x^2 + y}{xy} = \frac{5y}{x \cdot 5y} + \frac{4x \cdot x}{5y \cdot x} - \frac{5 \cdot (x^2 + y)}{5 \cdot xy} = \frac{5y + 4x^2 - 5x^2 - 5y}{5xy} = \frac{-x^2}{5xy} = \underline{\underline{\frac{-x}{5y}}}$
- (b)  $\frac{x + 4}{x^2 - x - 12} : \frac{4x - 16}{x^2 - 8x + 16} \cdot \frac{x^2 - 9}{3 - x} = \frac{x + 4}{(x - 4)(x + 3)} : \frac{4(x - 4)}{(x - 4)^2} \cdot \frac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)}$   
 $= \frac{x + 4}{(x - 4)(x + 3)} \cdot \frac{x - 4}{4} \cdot \frac{(x + 3)}{-1} = \frac{-(x + 4)(x - 4)(x + 3)}{4(x - 4)(x + 3)} = \frac{-(x + 4)}{4} = \underline{\underline{\frac{-x - 4}{4}}}$
- (c)  $\frac{a^2 - 3a + 2}{ab(a^2 - 1)} = \frac{(a - 2)(a - 1)}{ab(a - 1)(a + 1)} = \frac{(a - 2)(a - 1)}{ab(a - 1)}$   
 $= \frac{(a - 1)(a + 2)}{b(a + 2) \cdot ab(a - 1)} = \underline{\underline{\frac{1}{ab^2}}}$

## 5. Bruchtermgleichungen

- (a)
- $$\begin{array}{lcl} \frac{5}{x + 7} = \frac{-6}{x - 4} & | \cdot (x + 7)(x - 4) & \underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-7, 4\}}} \\ 5(x - 4) = -6(x + 7) & | \text{ TU} & \\ 5x - 20 = -6x - 42 & | +6x + 20 & \\ 11x = -22 & | : 11 & \\ x = -2 & \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-2\}}} & \end{array}$$
- (b)
- $$\begin{array}{lcl} \frac{x - 9}{81 - x^2} = \frac{x}{9x + 81} & | \text{ Faktorisieren} & \\ \frac{x - 9}{(9 - x)(9 + x)} = \frac{x}{9(x + 9)} & | (-1) \text{ ausklammern und kürzen} & \underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-9, 9\}}} \\ \frac{x - 9}{-(x - 9)(x + 9)} = \frac{x}{9(x + 9)} & | \cdot 9(x + 9) & \\ -9 = x & \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{\}}} & \end{array}$$