

**1. Vektorgeometrie**

20 Punkte

Gegeben sind drei Geraden und eine Ebene wie folgt:

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad i: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad F: 3x - 2y + 5z - 25 = 0$$

- Untersuchen Sie, ob die Geraden g und h eine Ebene aufspannen. Wenn ja, wie lautet die zugehörige Koordinatengleichung, wenn nein warum nicht? (7P.)
- Zeigen Sie, dass die Geraden g und i keine Ebene aufspannen. (4P.)
- Berechnen Sie den Durchstosspunkt D der Geraden g durch die Ebene F. (3P.)
- Für die Ebene G gelte folgendes: sie enthält keinen Durchstosspunkt der x-Achse, schneide die y-Achse bei 3 und die z-Achse bei 2. Erstellen Sie eine Skizze. (2P.)
- Berechnen Sie den kleineren Winkel  $\alpha$  zwischen den Ebenen F (aus Aufgabe c) und G (aus Aufgabe d). (4P.)

**2. Gebrochen rationale Funktionen**

23 Punkte

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{(x + a)(2x^2 + 1)}{x^2 + x - 2}$$

- Geben Sie die Definitionsmenge von  $f(x)$  an und begründen Sie, weshalb diese unabhängig vom Parameter a ist (2P.)
- Geben Sie die Nullstellen von  $f(x)$  an in Abhängigkeit von a. (2P.)
- Setzen Sie  $a = 0$  und ermitteln Sie sämtliche Asymptotengleichungen. Untersuchen Sie ferner, ob der Graph eine der Asymptoten im Endlichen schneidet oder nicht und skizzieren Sie den Graphen. (9P.)
- Setzen Sie  $a = -1$ . Ermitteln Sie allfällige Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie mögliche Extremstellen der Funktion; skizzieren Sie mit diesen Angaben den Graphen. (6P.) (4P.)

**3. Wurzelgraphen**

12 Punkte

- Lösen Sie die Gleichung:  $\sqrt{x} + 1 = 4 - \sqrt{x + 1}$  (4P.)
- Diese Gleichung erhalten Sie, wenn Sie den Schnittpunkt zweier Graphen suchen. Wie könnten die Funktionsgleichungen zu den Graphen lauten? (Beachten Sie, dass es viele verschiedene Möglichkeiten gibt!) (1P.)
- Zeichnen Sie die beiden Graphen, deren Funktionsgleichungen Sie bei Aufgabe b) aufgestellt haben. (2P.)
- Berechnen Sie nun den Inhalt des Flächenstückes, das durch die beiden Graphen sowie die y-Achse begrenzt ist. (Falls Sie den Schnittpunkt nicht ermitteln konnten, nehmen Sie als obere Grenze  $x = 1$ ). (5P.)

**4. Rotationskörper**

8 Punkte

Gegeben sei ein gerader Kreiskegelstumpf mit dem grossen Kreisradiuses  $R$ , dem kleinen Kreisradiuses  $r$  und der Höhe  $h$ . Zeigen Sie nun mit Hilfe der Integralrechnung, dass das Volumen wie folgt ist:

$$V = \frac{\pi}{3} (R^2 + r^2 + Rr)h \quad (\text{der Formelsammlung S.94 entnommen})$$

**5. Rund um das Glücksrad**

22 Punkte

- a) Auf dem Schulfest veranstaltet Ihre Klasse als Attraktion ein Glücksradspiel. Eine Gruppe von 6 Schülerinnen und 4 Schülern ist begeistert und steht gleich zu Beginn an. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für diese Gruppe anzustehen? (3P.)
- Wenn es keine Einschränkung gibt?
  - Wenn die Schülerinnen vor den Schülern anstehen müssen?
  - Wenn eine Gruppe von 3 Schülerinnen zusammen anstehen will, allen anderen es aber egal ist, wie sie anstehen.
- b) Das Glücksrad ist in 16 gleich grosse Sektoren eingeteilt, von denen wir voraussetzen, dass jeder Sektor die gleich grosse Chance hat, beim Zeiger stehen zu bleiben. Zwei Sektoren sind rot eingefärbt, je 4 sind blau und gelb und 6 sind grün eingefärbt. (8P.)
- Das Glücksrad wird 4mal gedreht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Rad 4mal auf einem roten Sektor stehenbleibt?
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Glücksrad erst beim 4. Mal drehen zum ersten Mal auf einem blauen Sektor stehenbleibt?
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Glücksrad je einmal auf der Farbe stehenbleibt, wenn es 4mal gedreht wird? je-
  - Das Glücksrad wird 10mal gedreht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Rad mindestens 3mal auf einem grünen Sektor stehenbleibt?
- c) Ihre Klasse will mit dem Glücksradspiel Geld für Ihre Klassenreise verdienen. Eine Schülerin macht folgenden Vorschlag: Jeder Spieler bezahlt vor dem Spiel Fr. 2.- und darf das Glücksrad 3mal drehen. Bleibt das Glücksrad 3mal auf einem roten Sektor stehen, bekommt der Spieler Fr. 50.- ausbezahlt. Bleibt das Glücksrad 3mal auf einem gelben oder 3mal auf einem blauen Sektor stehen, bekommt der Spieler Fr. 20.- ausbezahlt. Bleibt das Glücksrad 3mal auf einem grünen Sektor stehen, bekommt der Spieler Fr. 10.- ausbezahlt. Bei allen anderen Ausgängen des Spiels bekommt der Spieler keine Gewinnauszahlung.
- Wieviel Gewinn pro Spielrunde für Ihre Klassenkasse dürfen Sie erwarten? (6P.)
- d) Ein Lehrer kommt bei Ihrem Glücksradspiel vorbei und will unbedingt einmal etwas gewinnen (also 3mal dieselbe Farbe).
- Wie viel Einsatz muss er bezahlen, damit er mit wenigstens 99% iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal eine Auszahlung erhält? (5P.)