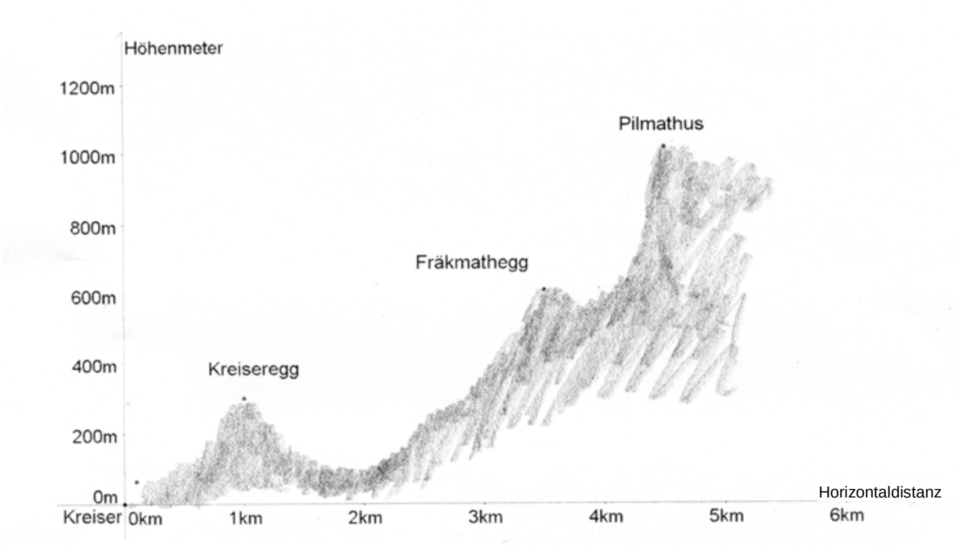
Aufgabe 1 – Analysis: Kurvendiskussion [21]

Die Pilmathusseilbahn hat ihre Talstation in Kreiser. In Kreiseregg befindet sich eine Zwischenstation und in Fräkmathegg ist die Endstation. Zwischen Kreiser und Kreiseregg legt die Bahn 300 Höhenmeter und 1 Kilometer Horizontaldistanz zurück.100 m (Horizontaldistanz) nach der Talstation hat die Bahn bereits 65.1 Höhenmeter zurückgelegt.
Die Station Kreiseregg befindet sich auf einem Hoch, das bedeutet, dass nach der Kreiseregg die Bahn ein Stück wieder nach unten fährt.



a Modellieren Sie das Profil der Pilmathusbahn mit Hilfe der Angaben oben und einer Funktion 3. Grades.
Falls Sie die Funktion nicht finden, rechnen Sie später mit der Ersatzfunktion $y = 20x^3 + 30x^2 - 175x$. [5]

b Die Endstation Fräkmathegg befindet sich 3.5 Kilometer Horizontaldistanz von Kreiser entfernt. Wie viel Höhenmeter hat die Bahn zwischen Kreiser und Fräkmathegg zurückgelegt? [1]

c Führen Sie eine Kurvendiskussion des Funktionsgraphen der Luftseilbahn zwischen Kreiser und Fräkmathegg von a) durch (Extrema, Wendepunkte, Nullstellen) und skizzieren Sie das modellierte Profil. [9]

Für die folgenden Teilaufgaben legen Sie ein neues Koordinatensystem mit Fräkmathegg als Ursprung fest.

In Fräkmathegg muss man in eine andere Luftseilbahn umsteigen, um auf den Pilmathus zu gelangen. Die Luftseilbahn folgt zwischen der Fräkmathegg und dem Pilmathus etwa der Funktion $f(x) = \frac{640}{e} \cdot e^x - \frac{640}{e}$.
Die Endstation Pilmathus befindet sich 1km Horizontaldistanz von der Station Fräkmathegg entfernt.

d Ergänzen Sie das Profil von c) mit den zusätzlichen Angaben bis auf den Pilmathus. [1]

e Wie gross ist die Fläche im Profil zwischen der zweiten Seilbahnfunktion und einer Geraden, welche die Station Fräkmathegg und die Bergstation Pilmathus direkt verbindet? [5]

Aufgabe 2 – Wahrscheinlichkeitsrechnung [18]

Beim Jassen erhält jeder der 4 Spieler 9 Karten. Insgesamt unterteilen sich die Karten in 4 Farben: Rosen, Schellen, Eichlen und Schilten. In jeder Farbe gibt es die Werte 6, 7, 8, 9, Banner/10, Bauer, Dame, König, As. Dies gibt insgesamt 36 Karten im Spiel.

a Wie viele mögliche Kartenkombinationen kann der Spieler A in die Hand bekommen? [1]

b Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für den Spieler A, 4 Asse in der Hand zu haben? [2]

c Wie oft muss man austeilen, bis Spieler A mit 90% Wahrscheinlichkeit in mindestens einem der Spiele 4 Asse in der Hand hat? (Wer Aufgabe b nicht lösen konnte, verwende P(4 Asse) = 0.02.) [4]

Beim Schreiben der Punkte auf die Tafel können Fehler passieren. Ein Spieler schreibt mit 5% Wahrscheinlichkeit 20 Punkte zu wenig auf, mit 20% Wahrscheinlichkeit hingegen 20 Punkte zu viel auf und mit 1% Wahrscheinlichkeit 100 Punkte zu wenig auf.

d Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler A während 4 Spielen höchstens einmal eine falsche Anzahl Punkte auf die Tafel schreibt? [4]

e Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler A nach 6 Spielen den korrekten Spielstand auf der Tafel hat? [3]

f Schreibt er langfristig zu viel, zu wenig oder gerade die richtige Punktezahl auf? Begründen Sie ihre Meinung mit einer Rechnung. [4]

Aufgabe 3 – Vektorgeometrie [12]

a Zeichnen Sie ein Koordinatensystem und tragen Sie die folgenden Punkte ein:

S(9|9|-1.5), B(3|9|8), M(3|-6|8), P(6|9|4) [2]

b Geben Sie die Koordinaten eines möglichen Punktes an, der mit B, M und P ein Parallelogramm bildet. Zu dieser Aufgabe gibt es mehrere Lösungen. Bestimmen Sie eine. [2]

c Man trägt von M eine parallele, gleich lange und gleich gerichtete Strecke wie von P nach S ab. Welche Koordinaten hat der konstruierte Punkt? [1]

d Die Gerade g geht durch den Punkt M(3|-6|8) und verläuft parallel zur Richtung $\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$. Die Gerade h geht durch die Punkte P(6|9|4) und B(3|9|8). Bestimmen Sie die Lage der Geraden und berechnen Sie den Schnittpunkt K, falls er existiert. [4]

e Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen zwei Geraden, die parallel zu jenen in Teilaufgabe d verlaufen. [2]

f Im Punkt L(-57|49|111) steht ein Sender mit einer Reichweite von 50. Kann vom Standort G(-87|88|120) aus das Signal des Senders empfangen werden? [1]

Aufgabe 4 – Analysis: Parameterfunktionen [18]

$f(x) = -px^2 - 4px$, $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

a Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem die Funktionsgraphen für $p = 1$, $p = -1$ und $p = 2$. [2]

b Der Graph von f schliesst mit der x-Achse ein Flächenstück ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt A abhängig vom Parameter p. [4]

c Das Flächenstück von Aufgabe b) rotiert um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $p = 1$. [3]

d Für welchen Wert von p ist dieses Volumen $\frac{128}{5}\pi$? [2]

e1 Betrachten Sie zusätzlich die Gerade g: $y = -px$. Zeichnen Sie diese ins selbe Koordinatensystem ein wie in Teilaufgabe a) für die drei dort verwendeten Parameterwerte. [2]

e2 In welchem Verhältnis teilt g das in b) berechnete Flächenstück?
Verwenden Sie $A = |10p|$, falls Sie b) nicht lösen konnten. [5]