

Jahresprüfung 4. Klassen 2019

Fehlende Lösungswege sowie eine unsaubere oder nicht korrekte Darstellung geben Punkteabzug.

1. Faktorisieren Sie die folgenden Terme vollständig. [9p]

$$(a) 5x + xy + 5y + y^2 = \quad [2p]$$

$$(b) x^2 - 18x + 81 = \quad [2p]$$

$$(c) x^2 - 10x - 24 = \quad [2p]$$

$$(d) 2a^2b - 12ab + 16b = \quad [3p]$$

2. Bruchterme: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit als möglich. [11p]

$$(a) \frac{a}{a+b} - \frac{a}{a-b} = \quad [2p]$$

$$(b) \frac{p}{pq+q^2} + \frac{q}{p^2+pq} - \frac{1}{q} = \quad [3p]$$

$$(c) \frac{3a^2b + 3ab^2}{x^2 + 2x - 15} : \frac{3a + 3b}{x^2 - 7x + 12} = \quad [3p]$$

$$(d) \frac{\frac{n}{2n+p} - \frac{2n-3p}{6n}}{-6p} - \frac{p-n}{2n} = \quad [3p]$$

3. Bruchtermgleichungen: Berechnen Sie x . Geben Sie je die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an. [9p]

$$(a) \frac{2}{x-4} = \frac{x}{2x-8} \quad [2p]$$

$$(b) \frac{3}{x-2} = -\frac{12}{x+7} \quad [3p]$$

$$(c) \frac{5}{4x^2 + 12x + 9} + \frac{4x}{2x+3} = 1 \quad [4p]$$

Bitte wenden !

4. Lineare Gleichungssysteme: Geben Sie die Lösung als Menge an. [12p]

(a)

$$\begin{cases} 9x + 6y = 15 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

[2p]

(b)

$$\begin{cases} x - 5y = 3 \\ -7x + 15y = -9 \end{cases}$$

[4p]

(c)

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 4y + 8z = 2 \\ 3x + 9y + 27z = -12 \end{cases}$$

[6p]

5. Führen Sie die folgenden Polynomdivisionen aus.[9p]

(a) $(x^3 - 6x^2 - x + 6) : (x - 1) =$ [4p]

(b) $(a^4 - 1) : (a + 1) =$ [5p]

Total 50p

Viel Erfolg

Lösungen

Fehlende Lösungswege sowie eine unsaubere oder nicht korrekte Darstellung geben Punkteabzug.

1. Faktorisieren Sie die folgenden Terme vollständig. **9P**

a) $5x + xy + 5y + y^2 =$ **2P**

$$x(5 + y) + y(5 + y) = (x + y)(5 + y)$$

b) $x^2 - 18x + 81 =$ **2P**

$$(x - 9)(x - 9)$$

c) $x^2 - 10x - 24 =$ **2P**

$$(x - 12)(x + 2)$$

d) $2a^2b - 12ab + 16b =$ **3P**

$$2b(a^2 - 6a + 8) = 2b(a - 2)(a - 4)$$

2. Bruchterme: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit als möglich. **11P**

a) $\frac{a}{a+b} - \frac{a}{a-b} =$ **2P**

$$\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} - \frac{a(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - ab - a^2 - ab}{(a+b)(a-b)} = \frac{-2ab}{(a+b)(a-b)} = -\frac{2ab}{a^2 - b^2}$$

b) $\frac{p}{pq+q^2} + \frac{q}{p^2+pq} - \frac{1}{q} =$ **3P**

$$\frac{p}{q(p+q)} + \frac{q}{p(p+q)} - \frac{1}{q} = \frac{p^2}{pq(p+q)} + \frac{q^2}{pq(p+q)} - \frac{p(p+q)}{pq(p+q)} = \frac{p^2+q^2-p^2-pq}{pq(p+q)} = \frac{q^2-pq}{pq(p+q)} = \frac{q(q-p)}{pq(p+q)} = \frac{q-p}{p(p+q)}$$

c) $\frac{3a^2b+3ab^2}{x^2+2x-15} \cdot \frac{3a+3b}{x^2-7x+12} =$ **3P**

$$\frac{3ab(a+b)}{(x-3)(x+5)} \cdot \frac{(x-3)(x-4)}{3(a+b)} = \frac{ab(x-4)}{(x+5)}$$

d) $\frac{\frac{n}{-6p} \cdot \frac{2n-3p}{2n}}{\frac{3p}{2n+p} \cdot \frac{p-n}{2n}} =$ **3P**

$$\frac{\frac{2n^2}{6pn} \cdot \frac{p(2n-3p)}{6pn}}{\frac{n(2n+p)}{-6pn} \cdot \frac{3p(p-n)}{6pn}} = \frac{\frac{2n^2-2pn+3p^2}{6pn}}{\frac{-2n^2-pn-3p^2+3pn}{6pn}} = \frac{2n^2-2pn+3p^2}{-2n^2+2pn-3p^2} = \frac{2n^2-2pn+3p^2}{-(2n^2-2pn+3p^2)} = -1$$

3. Bruchtermgleichungen: Berechnen Sie x . Geben Sie je die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an. **9P**

a) $\frac{2}{x-4} = \frac{x}{2x-8}$ **2P**

1. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

2. $HN: 2(x - 4)$

3. $\frac{2}{x-4} = \frac{x}{2(x-4)} \Leftrightarrow 4 = x \quad L = \{ \}$

- b) $\frac{3}{x-2} = -\frac{12}{x+7}$ 3P
1. $D = \mathbb{R} \setminus \{-7, 2\}$
 2. $HN: (x-2)(x+7)$
 3. $3(x+7) = -12(x-2) \Leftrightarrow 3x+21 = -12x+24 \Leftrightarrow 15x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \quad L = \{0.2\}$
- c) $\frac{5}{4x^2+12x+9} + \frac{4x}{2x+3} = 1$ 4P
1. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1.5\}$
 2. $HN: (2x+3)^2$
 3. $\frac{5}{(2x+3)^2} + \frac{4x}{2x+3} = 1 \Leftrightarrow 5 + 4x(2x+3) = -2 \Leftrightarrow 5 + 8x^2 + 12x = 4x^2 + 12x + 9$
 $\Leftrightarrow 4x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1) = 0 \quad L = \{-1, 1\}$
4. Lineare Gleichungssysteme: Geben Sie die Lösung als Menge an. 12P
- a) $\begin{cases} 9x + 6y = 15 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ 2P
- (1) - 3(2): $0 = 0$ Das GLS ist allgemeingültig: $L = \mathbb{R}$
- b) $\begin{cases} x - 5y = 3 \\ -7x + 15y = -9 \end{cases}$ 4P
- $7(1) + (2): 0 - 20y = 12 \Leftrightarrow y = -\frac{12}{20} = -0.6$
 in (1): $x - 5(-0.6) = 3 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow L = \{(0, -0.6)\}$
- c) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 4y + 8z = 2 \\ 3x + 9y + 27z = -12 \end{cases}$ 6P
- $2(1) - (2): 0 - 2y - 6z = 4 \quad (1)^*$
 $3(1) - (3): 0 - 6y - 24z = 21 \quad (2)^*$
 $-3(1)^* + (2)^*: 0 - 6z = 9 \Leftrightarrow z = -1.5$
 $-2y - 6(-1.5) = 4 \Leftrightarrow y = 2.5$
 $x + 2.5 - 1.5 = 3 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow L = \{(2, 2.5, -1.5)\}$
5. Führen Sie die folgenden Polynomdivisionen aus. 9P
- a) $(x^3 - 6x^2 - x + 6) : (x - 1) = x^2 - 5x - 6$ 4P
- $$\begin{array}{r} \underline{-(x)^3 + x^2} \\ 0 - 5x^2 - x + 6 \\ \underline{-(-5x^2 + 5x)} \\ -6x + 6 \\ \underline{-6x + 6} \\ 0 \end{array}$$
- b) $(a^4 - 1) : (a + 1) = a^3 - a^2 + a - 1$ 5P
- $$\begin{array}{r} \underline{-(a)^4 + a^3} \\ 0 - a^3 - 1 \\ \underline{-(-a^3 + a^2)} \\ 0 + a^2 - 1 \\ \underline{-(a^2 + a)} \\ 0 - a - 1 \\ \underline{-(-a - 1)} \\ 0 \end{array}$$

Total 50P